

Formeln

$$E_i = - \frac{m_0 q^4}{8 \epsilon_0^2 h^2 i^2} \quad (\text{Ionisierungsenergie}) \quad r_i = \frac{\epsilon_0 \cdot 2 h^2}{q^2 \pi m_0}$$

$$E_i = -13,6 \text{ eV} \quad r_i = 0,053 \text{ nm}$$

Elektr. Feld: $E = - \frac{d\varphi}{dx}$ $E_{np}^{\text{pot}} = (-) q \cdot \varphi_{np}$
 $= \frac{1}{q} \cdot \frac{dE_i}{dx} \rightarrow \text{Steigung Bandkante}$

Ortstromdichte: $j_d = \underbrace{\sigma}_{\text{Leitfähigkeit}} \cdot E = \underbrace{p \cdot v_d}_{\text{Ladungsdichte}} = q \cdot n \cdot v_d \Rightarrow \sigma = q \cdot n \cdot \underbrace{\frac{v_d}{E}}_{\text{Beweglichkeit } \mu [\frac{\text{cm}^2}{\text{V} \cdot \text{s}}]}$; für HL: $\sigma = \sigma_n + \sigma_p = q \mu_n n + q \mu_p p$
gilt auch für Metalle

Zustandsdichte: $D_c(E) = 6,8 \cdot 10^{21} \cdot \left(\frac{m_{np}^*}{m_0} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{E - E_c}{E_v - E}} \left[\frac{1}{\text{eV} \cdot \text{cm}^3} \right]$

Fermi-Dirac-Verteilung: $f_n(E) = \frac{1}{e^{\frac{E - E_F}{kT}} + 1}$; $f_p(E) = 1 - f_n(E)$
 (Besetzungswahrscheinlichkeit)

Näherungen:

(i) $E - E_F \gg kT$ ($> 3kT$)

$$f_n(E) = e^{-\frac{E - E_F}{kT}}$$

$$f_n \approx 1$$

(ii) $E_F - E \gg kT$ ($> 3kT$)

$$f_n(E) = e^{-\frac{E_F - E}{kT}}$$

$$f_n \approx 1$$

Ladungsträgerkonzentration: $n = N_c \cdot e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}$ $p = N_v \cdot e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}}$

effekt. Zustandsdichte $\rightarrow N_{c,v} = 2,5 \cdot 10^{19} \cdot \left(\frac{m_{np}^*}{m_0} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{T[K]}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\text{cm}^{-3} \right]$

$n \cdot p = N_c \cdot N_v \cdot e^{-\frac{E_g}{kT}} = n_i^2$ (intrins. Ladungsträgerdichte) (bei undot. HL: $n = p = n_i$)
gilt in thermodyn. GG (Generationsrate = Rekombinationsrate) und unabh. von Dotierung ($n \cdot p = n_i^2$)

Fermi-Niveau bei intrins. HL

$$E_{Fi} = \frac{E_c + E_v}{2} - \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left(\frac{m_n^*}{m_p^*} \right)$$

bei extr. HL:

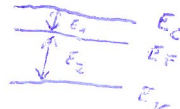
$$n = \frac{(N_D^+ - N_A^-)}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_D^+ - N_A^-}{2} \right)^2 + n_i^2}$$

$$N_D^+ \approx N_D ; N_A^- \approx N_A$$

$$p = \frac{n_i^2}{n}$$

Lage d. E_F : $E_F - E_c = kT \cdot \ln \frac{N_D}{n}$

$$E_v - E_F = kT \cdot \ln \frac{N_A}{p}$$



$n < N_c \Rightarrow E_F$ unterhalb von E_c

$p < N_v \Rightarrow E_F$ oberhalb von E_v

$n > p \Rightarrow E_F$ in oberer Hälfte von E_g

Beweglichkeit: konst. Driftgeschwindigkeit: $v_d / n_p = \mu_{n,p} \cdot E$ (Ursachen f. Periodizität: Atome bewegen sich für $T \neq 0K$; stat. verteilte geladene Defekte: atome, Kristalldefekte)

Perikelstromdichte: $j_{\text{pert}}(x) = -D \cdot \frac{dM}{dx} \left[\frac{\text{Perikel}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \right]$
Diffusionskoeff. Konzentrationsgradient

Diffusionsstromdichte: $j_{\text{diff}, n/p} = (-) q \cdot j_{\text{pert}}$

$$D = \mu \cdot \frac{kT}{q} \quad (\text{für nicht-entartete Leiter})$$

Gesamtstromdichte: $j_{\text{total}} = j_{\text{drift}}^n + j_{\text{diff}}^n + j_{\text{drift}}^p + j_{\text{diff}}^p = q \mu_n n E + q D_n \frac{dn}{dx} + q \mu_p p E - q D_p \frac{dp}{dx}$

Nicht-GG-Schnitten: Minoritätsladungsträger-Lebensdauer τ : $\Delta p(t) = \Delta p_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \tau = - \frac{\Delta p}{\frac{d\Delta p}{dt}} \Big|_{t=0}$
 - Diffusionslänge L : $\Delta p(x) = \Delta p_0 \cdot e^{-\frac{x}{L}} \Rightarrow L = - \frac{\Delta p}{\frac{d\Delta p}{dx}} \Big|_{x=0}$
 $L_{n/p} = \sqrt{D_{n/p} \cdot \tau_{n/p}}$

$$\text{QFN: } n = N_c \cdot e^{-(E_c - E_F)/kT}$$

$$p = N_v \cdot e^{-(E_F - E_v)/kT}$$

$$\Rightarrow n \cdot p = \underbrace{N_c \cdot N_v}_{n_i^2} \cdot e^{-E_g/kT} \cdot e^{(E_F - E_F)/kT}$$

$$J_n = \sigma_n(x) \cdot \frac{1}{q} \cdot \frac{dE_n}{dx}$$

$$J_p = \sigma_p(x) \cdot \frac{1}{q} \cdot \frac{dE_p}{dx}$$

Elektrostatische d. pn-Übergangs: Poisson-Gl.: $\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = - \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r} \rightarrow \text{räuml. Ladungsdichte}$ $[E_{pot} = -q \cdot \psi(x)]$

\downarrow
Belastung

$$\Rightarrow E(x) = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho(x) dx \quad ; \quad \rho(x) = - \int E(x) dx$$

\downarrow
elektrost. Potential

$$\rho(x) = \begin{cases} -q \cdot N_A & -d_p \leq x < 0 \\ +q \cdot N_D & 0 < x \leq d_n \end{cases}$$

$$\frac{d_p}{d_n} = \frac{N_D}{N_A}$$

$$d_p = \frac{N_D}{N_D + N_A} \cdot W \quad \text{bzw.} \quad d_n = \frac{N_A}{N_A + N_D} \cdot W$$

Elektrostatische Feld: p-Seite: $E_L(x) = -\frac{q}{\epsilon_0} N_A (x + d_p) = E_{max} \left(1 + \frac{x}{d_p}\right)$

n-Seite: $E_R(x) = \frac{q}{\epsilon_0} N_D (x - d_n) = E_{max} \left(1 - \frac{x}{d_n}\right)$

mit $E_{max} = -\frac{q}{\epsilon_0} N_A d_p = -\frac{q}{\epsilon_0} N_D d_n$

Elekt. Potential: p-Seite: $\varphi_L(x) = -E_{max} \left(x + \frac{1}{2} \frac{x^2}{d_p} + \frac{d_p}{2}\right)$

n-Seite: $\varphi_R(x) = -E_{max} \left(x - \frac{1}{2} \frac{x^2}{d_n} + \frac{d_p}{2}\right)$

Diffusionspannung: $V_{bi} = -\frac{E_{max}}{2} \cdot W = \frac{q \cdot N_A}{2 \epsilon_0} d_p (d_n + d_p)$

Weite d. RLZ: $W = \sqrt{\frac{2 \epsilon_0 (N_A + N_D)}{q \cdot N_A \cdot N_D} \cdot V_{bi}}$

Anlegen einer Spannung:

$$V_{bi} = V_{bi}^0 - V$$

Ströme im pn-Übergang

Kennlinie d. idealen pn-Übergangs (4 Annahmen):

(i) Konst. Ströme innerhalb RLZ: $J_p(-d_p) = J_p(d_n)$
 $J_n(d_n) = J_n(-d_p)$

(ii) Minoritätsströme am Rand d. RLZ:

$$J = J(-d_n) = J_p(d_n) + J_n(-d_p)$$

$$J = J(d_n) = J_n(-d_p) + J_p(d_n)$$

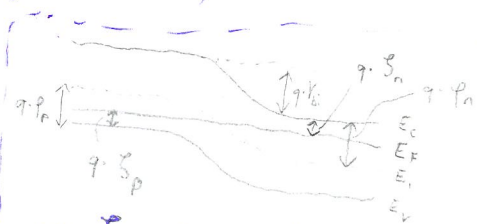
(iii) Minoritätsströme im feldfreien Gebiet:

in p-HL: $J_n \approx J_{n,diff} = q \cdot D_n \cdot \frac{dn}{dx}$ (für $J_p \gg J_n$)
 in n-HL: $J_p \approx J_{p,diff} = -q \cdot D_p \cdot \frac{dp}{dx}$ (für $J_n \gg J_p$)

} nur Diffusionsströme f. Minoritäten

$$\Rightarrow J = J_n^{diff} \Big|_{-d_p} + J_p^{diff} \Big|_{d_n} = q \cdot D_n \cdot \frac{d\Delta n}{dx} \Big|_{-d_p} - q \cdot D_p \cdot \frac{d\Delta p}{dx} \Big|_{d_n}$$

$$\Rightarrow J = \frac{q \cdot D_n}{L_n} \cdot \Delta n \Big|_{-d_p} + \frac{q \cdot D_p}{L_p} \cdot \Delta p \Big|_{d_n}$$



$$-q \cdot J_n = k \cdot T \cdot \ln \frac{N_D}{N_A}$$

$$-q \cdot J_p = k \cdot T \cdot \ln \frac{N_A}{N_D}$$

$$q \cdot V_{bi} = E_g + kT \cdot \ln \frac{p_p \cdot n_n}{p_i \cdot n_i}$$

$$E_g = kT \cdot \ln \frac{N_D \cdot N_A}{n_i^2}$$

$$\hookrightarrow q \cdot V_{bi} \approx kT \cdot \ln \frac{N_D \cdot N_A}{n_i^2}$$

(iv) Fläche GFN in RLE: innerhalb RLE: starke Feld- & Diffusionsströme, aber bei mäßiger Spannung: Rekombin. gering (Injektionsgesetz)

$$j_{n,p} = \frac{G_{n,p}}{q} \cdot \frac{dE_{F,n,p}}{dx} \approx 0 \Rightarrow \frac{dE_{F,n,p}}{dx} \approx 0 \quad (\Leftrightarrow L_n, L_p \gg w)$$

$$\hookrightarrow p|_{x=0} = p_0 \cdot e^{\frac{qV}{kT}} ; \quad n|_{x=w} = n_0 \cdot e^{\frac{qV}{kT}}$$

$$\Rightarrow \Delta p|_{x=0} = p_{n,0} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1) \rightarrow \text{Minoritätentransportkonzentration am Rand d. RLE erhöhen sich exp. mit d. angel. Spannung}$$

$$\Delta n|_{x=w} = n_{p,0} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1) \rightarrow V > 0: \text{Minoritäten aus Reservoir d. Majoritäten werden injiziert} \Rightarrow n \cdot p > n_i^2$$

$$V < 0: \text{Minoritäten werden extrahiert} \Rightarrow n \cdot p < n_i^2$$

Ergebnis f. Strom-Spannungskennlinie:

$$j = q \cdot n_i^2 \cdot \left(\frac{D_n}{L_n \cdot N_A} + \frac{D_p}{L_p \cdot N_D} \right) \cdot (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$$

j_0 (Sperrsättigungsstromdichte)

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{p} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

Bedingung: $N_{D/A} \gg n_i \Rightarrow n/p \approx N_{D/A}$

für großen Rückwärtsspannungen: $j = -j_0$

$$N_A \gg N_D : j_0 = q \cdot n_i^2 \cdot \left(\frac{D_p}{L_p \cdot N_D} \right)$$

$$\hookrightarrow j = \frac{q \cdot D_p}{L_p} \cdot \frac{n_i^2}{N_D} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$$

Kapazität d. pn-Übergangs:

(i) $C_{RLE} : C_{RLE} = A \cdot \frac{\epsilon_d}{\sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon_d \cdot (N_A + N_D)}{q \cdot N_A \cdot N_D} \cdot V_0}} = A \cdot \frac{\epsilon_d}{w} \rightarrow \text{abh. von } V!$

bzw.: $C_{RLE} = A \cdot \sqrt{\frac{q \cdot \epsilon_d \cdot N_A \cdot N_D}{2 \cdot (N_A + N_D)}} \cdot \sqrt{\frac{1}{V_0}}$

Bestimmung d. Dotierung aus C/V-Kennlinie: $N_A \gg N_D \Rightarrow C_{RLE} = A \cdot \sqrt{\frac{q \cdot \epsilon_d}{2} \cdot N_D} \cdot \frac{1}{\sqrt{V_0 - V}}$

$$\rightarrow \frac{1}{C_{RLE}^2(V)} = \frac{1}{A^2} \cdot \frac{2}{q \cdot \epsilon_d \cdot N_D} \cdot (V_0 - V)$$

- a) Bestimmung von V_0 : Extrapolation d. Geraden auf $\frac{1}{C^2} = 0$
- b) Bestimmung von Dotierung:

$$N_D = \frac{2}{q \cdot \epsilon_d \cdot A^2} \left(- \frac{d\left(\frac{1}{C_{RLE}^2}\right)}{dV} \right)^{-1}$$

(ii) $C_{diff} : C_{diff} = A \cdot \frac{q^2}{kT} L_p p_0 e^{\frac{qV}{kT}} \quad (\text{für } N_A \gg N_D) \quad (\sim \frac{1}{w})$

Kleinsignal-Widerstand R_j : für $N_A \ll N_D \Rightarrow n_0 \gg p_0 : j = \frac{q \cdot D_p}{L_p} \cdot p_0 \cdot e^{\frac{qV}{kT}} \quad (\text{für } V \gg \frac{kT}{q})$

$$G_j = A \cdot \frac{dj}{dV} = A \cdot \frac{q}{kT} \cdot j \quad (\sim w^2)$$

Abweichungen in Vorwärtsspannung:

a) Rekombinationsströme: $j_r = j_{r_0} (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)$ mit $j_{r_0} = q \cdot n_i \cdot \frac{w}{2 \tau_{RLE}} \rightarrow \text{Lebensdauer d. etl. in RLE}$

$\left(\frac{1}{\tau_{RLE}} = N_t \cdot \sigma \cdot v_{th} \right)$ Verhältnis d. Rekombinationszentren Einfanggeschw. therm. Geschw.

$$\Rightarrow j_t = \underbrace{j_0 (e^{\frac{qV}{kT}} - 1)}_{j_0} + \underbrace{j_{r_0} (e^{\frac{qV}{2kT}} - 1)}_{j_r}$$

$$\frac{j_0}{j_r} = \frac{2n_i}{w} \left(\frac{L_n}{N_A} + \frac{L_p}{N_D} \right) \cdot e^{\frac{qV}{2kT}} \quad (\text{für } N_D \gg N_A \Rightarrow L_p \ll L_n \Rightarrow \frac{j_0}{j_r} = \frac{2n_i}{w} \cdot \frac{L_n}{N_A} \cdot e^{\frac{qV}{2kT}})$$

$$\frac{dV}{d \log j_t} = 2,3026 \cdot \frac{kT}{q} (= 59,5 \text{ mV für } T = 300 \text{ K}) \quad \left[\frac{dV}{d \log j_t} = 4,6052 \cdot \frac{kT}{q} \quad \text{für } V \gg \frac{kT}{q} \right]$$

b) Idealität einer Diode: $y_t = y_{t_0} \left(e^{\frac{qV}{2q_0 \cdot kT}} - 1 \right) \rightarrow$ Anpassung an gemessene Kurve

$$\alpha_{10} = \frac{\frac{dV}{d \log y_t}}{2,3026 \frac{kT}{q}}$$

(misst, um wieviel man die Spannung V an realer Diode erhöhen muss, um Strom zu verzehnfachen)

c) Einfluss R_s : • Zunehmende $V_{ext} \rightarrow$ Abbau Bandverbiegung $\rightarrow R_{RLZ}$ sinkt

• Bei zunehmendem I wird $V_{R_s} = I \cdot R_s$ am Serienwiderstand d. Badungsgebiete aufschlag d. RLZ und am Kontakten immer wichtiger; am RLZ: $V = V_{ext} - I \cdot R_s$ wird immer geringer, wenn I wächst

Abweichungen in Rückwärtskennlinie:

a) Generationsstrom in d. RLZ: für $-qV \gg kT$: $y_t = -y_{t_0} = -(y_0 + j_{r_0})$ \rightarrow hängt über Werte in d. RLZ von Spannung ab \rightarrow nimmt bei $V < 0$ zu (Grund: $[e^-]/[h^+]$ liegt weit unter GG-Werte \rightarrow Generation von e/h-Paaren in RLZ \rightarrow diese tragen Rückwartsstrom $-j_{r_0}(V)$)

b) Verhalten für $-qV \ll -qV$:

(i) Lawendurchbruch: hohe elektr. Felder \rightarrow e/h stark beschleunigt \rightarrow bei Zusammenstoß mit Gitteratomen werden Bdg. aufbrechen \rightarrow Sekund./tert. ... Paare \rightarrow Lawendurchbruch
(Voraus: Überschussenergie $\Delta E = E - E_c > E_g$) \rightarrow Mindest-Energie, um Bdg. zu brechen
Rückwartsstromdichte: $y_R = M \cdot y_{R_0}$

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{V}{V_{br}} \right)^n} \rightarrow n = \text{avalanche break down } (2 < n < 6)$$

$$\rightarrow \text{Durchbruchspannung: } V_{br} = \frac{\epsilon \cdot E_{cr}^2}{2q N_D} \quad (N_A \gg N_D)$$

(ii) Zenerdurchbruch: • im hohen E-Feld können Si-Si-Bdg. direkt aufbrechen werden
• e^- aus VB d. p-HL tunneln in CB d. n-HL
• je höher Dotierung, desto schwächer Bdg d. Bandlücke \rightarrow stärkerer Effekt
• $\frac{d}{w} \ll 1 \rightarrow$ Tunnel-Distanz

$$E_{cr} \approx 3 \cdot 10^5 \frac{V}{cm}$$

Weitere wicht. Formeln:

Flächenladungsdichte: p-Seite: $Q_L = p_L \cdot d_p = -q \cdot N_A \cdot d_p$ $Q_{tot} = Q_L + Q_E = 0$ (Ladungsneutralität)
n-Seite: $Q_R = p_R \cdot d_n = +q \cdot N_D \cdot d_n$

Ladungsneutralität: $N_A^- + n_0 = N_D^+ + p_0$ (zur Berechnung d. exakten Löcher/e-Konzentration)

GG-Konzentr. d. Minoritäten: $n_i^2 = n \cdot p$

(Bsp.: in n-Typ-Gebiet)

$$N_D \gg n_i \Rightarrow n \approx N_D$$

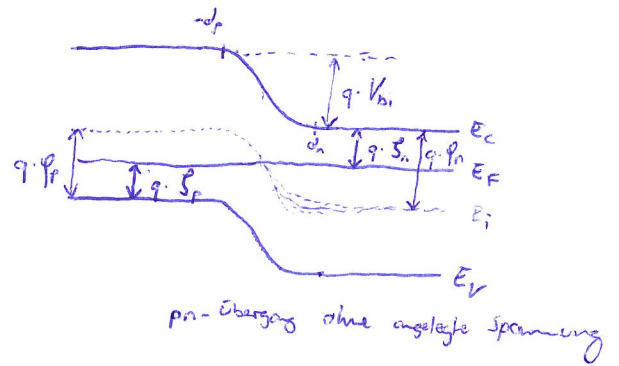
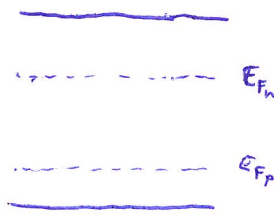
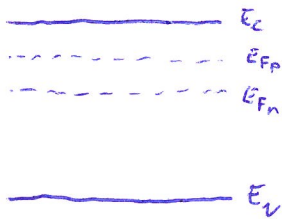
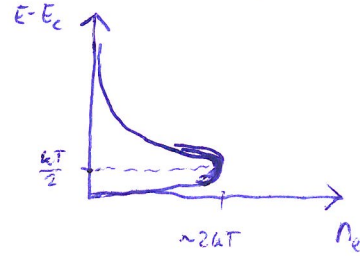
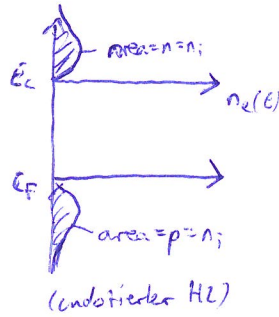
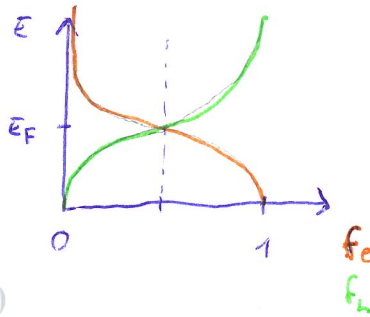
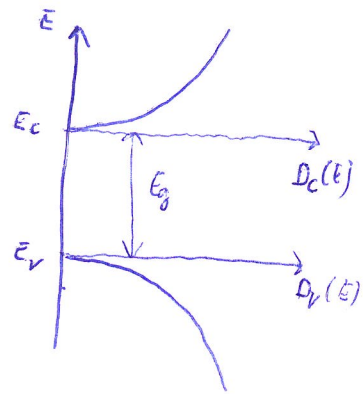
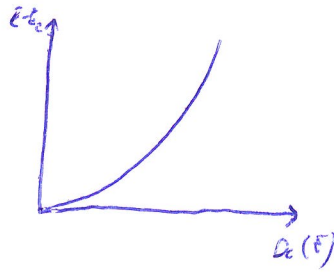
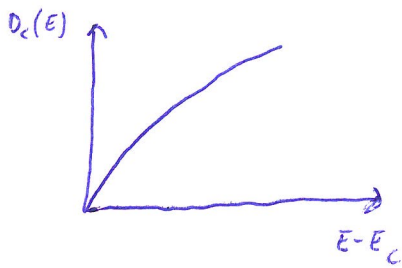
$$\rightarrow p_0 = \frac{N_A}{2} + \sqrt{\frac{N_A^2}{4} + n_i^2}$$

$$\rightarrow n_0 = \frac{N_D}{2} + \sqrt{\frac{N_D^2}{4} + n_i^2}$$

$$\text{Minoritätslebensdauer: } \frac{dI}{dt} = \frac{I_1 - I_2}{\tau}$$

• Bei Anlegen einer Vorwärtsspannung steigt Anzahl d. Minoritäten am Rand d. RLZ, da diese Ladungsträger über die RLZ hinweg aus den jeweils anderen Gebieten inj. werden.
Bei Rückwärtsspannung: Minoritäten werden extrahiert \rightarrow Konzentration sinkt

Grafiken

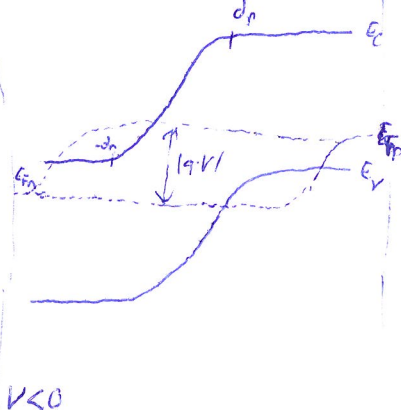
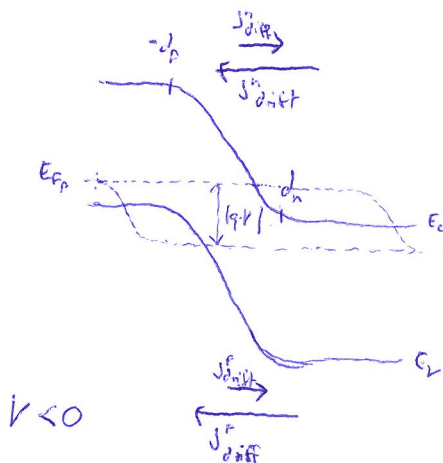
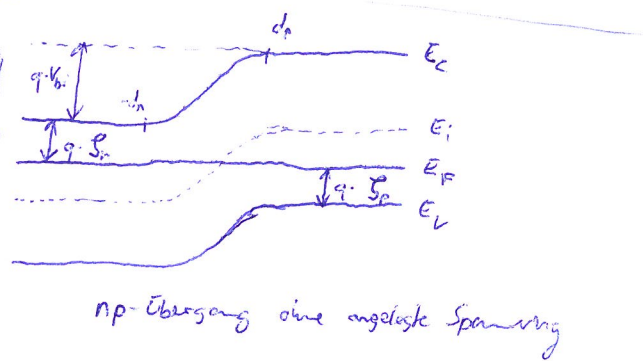
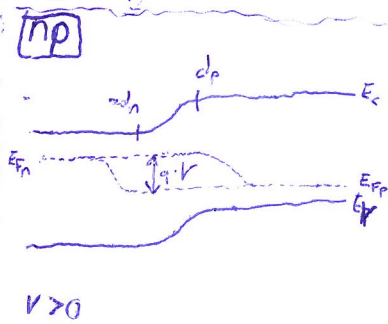
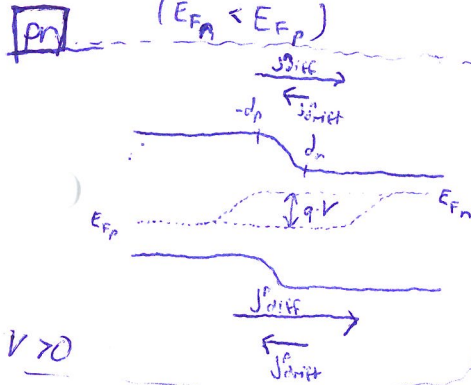


$$n \cdot p < n_i^2$$

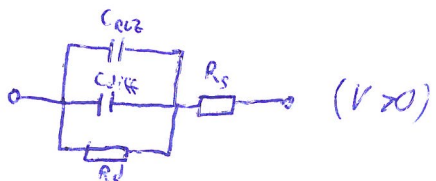
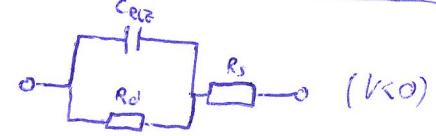
$$(E_{Fn} < E_{Fp})$$

$$n \cdot p > n_i^2$$

$$(E_{Fn} > E_{Fp})$$



Klein-Signal-Ersatzschaltbild d. pn-Übergangs



Größen & Konstanten

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-14} \frac{As}{V \cdot cm}$$

$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} As$$

$$m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

$$k_B = 8,617 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K}$$

Effektive Massen

	Si	Ge	GaAs
$\frac{m_n^*}{m_0}$	1,08	0,561	0,067
$\frac{m_p^*}{m_0}$	1,1	0,291	0,473

therm. Energien

T [K]	100	200	300
kT [meV]	8,617	17,234	25,8

T=300K	Si	Ge	GaAs
$E_g [eV]$	1,124	0,67	1,424
$N_c [cm^{-3}]$	$2,81 \cdot 10^{19}$	$1,05 \cdot 10^{19}$	$4,33 \cdot 10^{17}$
$N_v [cm^{-3}]$	$2,88 \cdot 10^{19}$	$3,92 \cdot 10^{19}$	$8,13 \cdot 10^{18}$
$n_i [cm^{-3}]$	$1,04 \cdot 10^{10}$	$1,55 \cdot 10^{13}$	$2,04 \cdot 10^6$
$\mu_n [\frac{cm^2}{Vs}]$	1340	3900	8000
$\mu_p [\frac{cm^2}{Vs}]$	460	1900	400

Einheiten

$$\gamma [\frac{A}{cm^2}]$$

$$D_{eff} [\frac{cm^2}{s}]$$

$$N_{eff} [cm^{-3}]$$

$$n_i, p_i, n_i [cm^{-3}]$$

$$\mu [\frac{cm^2}{Vs}]$$

$$D [\frac{cm^2}{s}]$$

$$E [\frac{V}{cm}]$$

$$Q [\frac{As}{cm^2}]$$

$$G [\frac{A}{V \cdot cm}]$$

